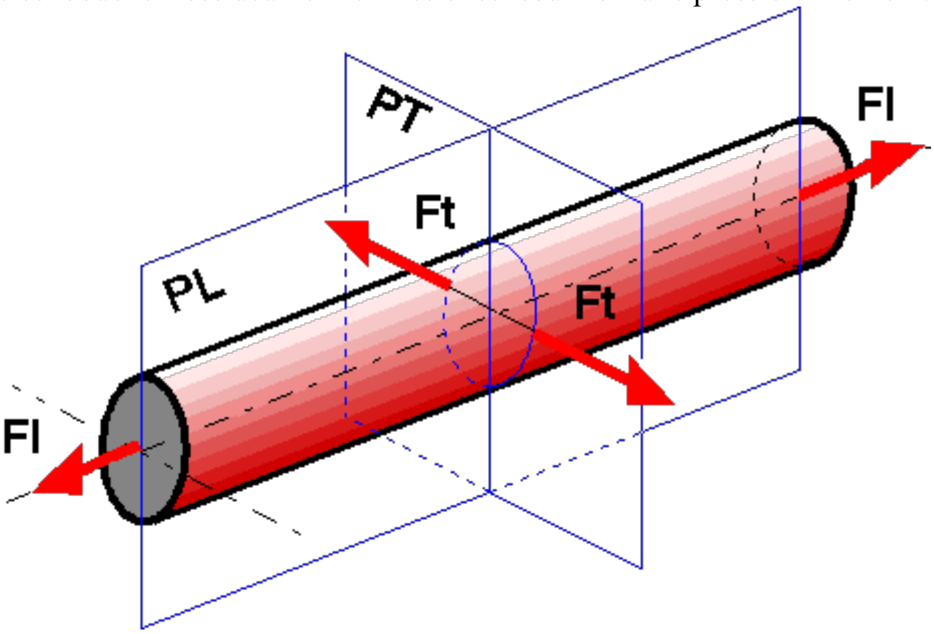
Pourquoi un angle à 54°¾ pour enrouler les fibres de verre sur un tube en résine armée ?

Le tube représenté est bouché à ses deux extrémités et est soumis à une pression interne P.



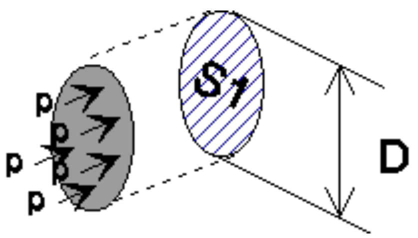
Cette pression a deux effets sur le tube :

- en poussant sur les fonds du tube, elle crée une force Fl (force longitudinale) qui allonge le tube;
- en poussant sur les parois du tube, elle crée une force Ft (force transversale) qui augmente le diamètre du tube.

On peut calculer ces forces en faisant le produit de la pression par la surface <u>perpendiculaire</u> à la direction de la pression sur laquelle elle s'exerce (cette surface est appelée "surface projetée").

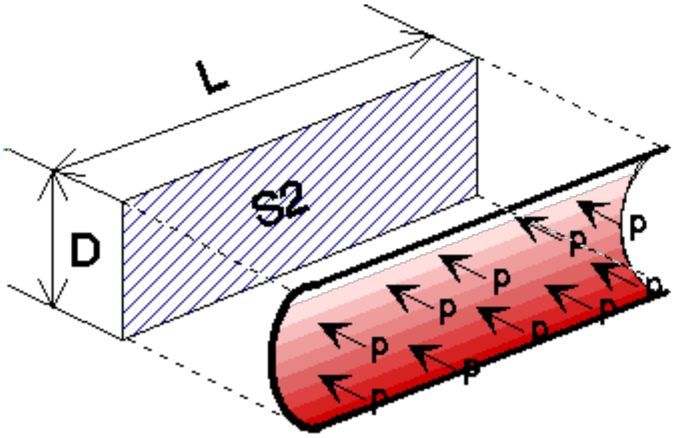
Pour la force Fl, on calcule :

$$Fl = P \,.\, S1 = P \,.\, \frac{\pi \,.\, D^2}{4}$$



De même pour Ft :

$$Ft = P \,.\, S2 = P \,.\, D \,.\, L$$



Ces deux forces créent des contraintes σ_l et σ_t que l'on calcule en faisant des coupes fictives du tube par le plan longitudinal PL et le plan transversal PT.

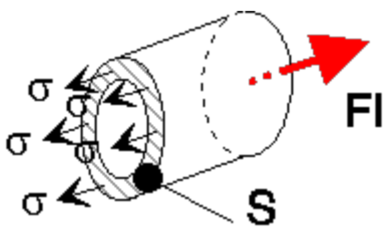
- Calcul de σ_l

L'action des contraintes s'oppose à la force Fl :

$$Fl = \sigma_l . S = \sigma_l . \pi . D . e$$

avec :

- D : diamètre interieur du tube
- e : épaisseur du tube



En utilisant le calcul de Fl précédent, on trouve :

$$\sigma_l = \frac{P . D}{4 e}$$

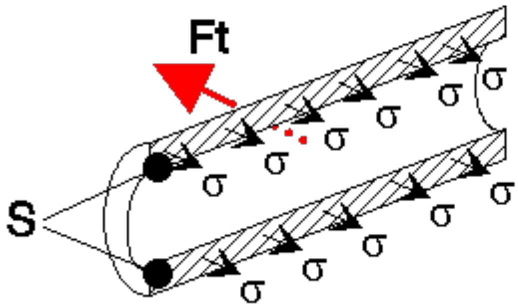
- Calcul de σ_t

L'action des contraintes s'oppose à la force Ft

$$Ft = \sigma_t . S = \sigma_t . 2 . e . L$$

avec :

- e : épaisseur du tube



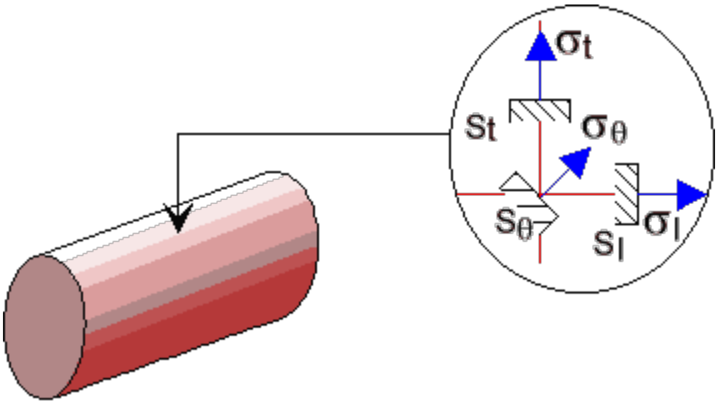
En utilisant le calcul de Ft précédent, on trouve :

$$\sigma_t = \frac{P . D}{2 e}$$

On constate donc que $\sigma_t = 2 . \sigma_l$. Ce résultat va nous permettre de calculer l'angle d'enroulement optimal.

La résistance d'un composite est en effet maximale lorsque la contrainte s'exerce dans le sens des fibres de verre. La recherche de la résultante maximale σ_θ de ces deux contraintes nous indiquera la direction dans laquelle doivent être enroulées les fibres.

En examinant les contraintes en un point quelconque du tube, on peut représenter la situation de la façon suivante :



Chaque contrainte est une force exercée sur une unitée de surface. σ_θ est la résultante de σ_t et σ_l. On exprime que :

- σ_l est la projection de σ_θ sur l'axe longitudinal du tube. Mais s'agissant d'une contrainte, il faut projeter à la fois le vecteur σ_θ, mais également la surface sur laquelle elle s'applique, puisque dans la direction de l'axe du tube
  $S_\theta = S_l \, . \cos\theta$.
  On obtient donc
  $\sigma_l = \sigma_\theta \cos\theta \, . \cos\theta = \sigma_\theta \, . \cos^2\theta$
- De même pour σ_t, on obtient
  $\sigma_t = \sigma_\theta \, . \sin^2\theta$

Or d'après le résultat trouvé précédemment $\sigma_t = 2 \, . \sigma_l$, on trouve en simplifiant par σ_θ l'équation suivante : $2 \cos^2\theta = \sin^2\theta$. L'angle θ solution de cette équation est l'angle de la direction de la résultante des deux contraintes longitudinales et transversales, donc l'angle de la direction dans laquelle la contrainte est maximale.

L'angle θ solution de cette équation est 54,735...°, très proche de 54°¾.

Conclusion :

En enroulant les fils de verre en formant un angle de 54°¾ par rapport à l'axe longitudinal du tube, on garantit que le matériau composite résultant aura une résistance maximum dans la direction où il sera sollicité au maximum dans le cas d'un tube soumis à la pression avec effet de fond.